

Generative AI: Curricular Design and Critical Math Engagement

Anita Dąbrowicz-Tlałka
Politechnika Gdańska

Materiały koncentrują się na kwestii **świadomej integracji generatywnej sztucznej inteligencji (GenAI)** w edukacji matematycznej, podkreślając konieczność odejścia od kategorycznych zakazów na rzecz przemyślanego projektowania zajęć z matematyki. Takie **proaktywne podejście na poziomie programów nauczania**, które ma na celu rozwijanie u studentów **krytycznej umiejętności posługiwania się AI** oraz zapewnienie spójności doświadczeń edukacyjnych. Kluczowe jest również ustalenie jasnych wytycznych etycznych, w tym modeli oceny (np. Assured Credits) oraz **ochrona prywatności** studentów podczas korzystania z tych narzędzi.

Integracja LLM w dydaktyce matematyki akademickiej

Metafora

Wykorzystanie AI w nauczaniu matematyki jest jak nawigowanie w górach. Samochód (AI) może szybko wygenerować trasę, która wygląda na logiczną, ale może prowadzić na manowce (halucynacje). **Krytyczne myślenie i wiedza matematyczna to mapa i kompas** – pozwalają one studentowi zweryfikować każdy zakręt, zmuszając nawigację (AI) do korygowania błędów, zanim doprowadzi on do katastrofy. Celem nauczyciela jest zapewnienie, aby student zawsze trzymał mapę i kompas w dłoni, nawet jeśli AI prowadzi pojazd.

Część 1: Wprowadzenie i kontekst dydaktyczny

1.1 Transformacja dydaktyki matematyki i wszechobecność AI

Współczesna edukacja w dziedzinach STEM (Nauka, Technologia, Inżynieria, Matematyka) na poziomie uniwersyteckim przechodzi fundamentalną transformację pod wpływem technologii LLM. Modele te stały się kluczowymi asystentami pedagogicznymi. Studenci powszechnie korzystają już z LLM (takich jak ChatGPT) do generowania treści,

przygotowania do ocen i rozwiązywania problemów matematycznych. Narzędzia te pełnią funkcję wirtualnych korepetytorów lub asystentów, umożliwiając studentom udoskonalanie ich rozumienia i efektywniejsze formułowanie rozwiązań.

Niezależnie od naszych chęci, konieczne jest nauczanie studentów krytycznego myślenia i umiejętności analizy informacji z wykorzystaniem tych narzędzi, aby chronić ich przed błędami.

1.2 Ryzyko: halucynacje i płytkie uczenie się

Integracja AI wiąże się z fundamentalnym wymogiem etycznym dotyczącym integralności akademickiej. Niekontrolowane użycie LLM może prowadzić do **płytkiego uczenia się** (*shallow learning*), gdzie studenci polegają na generowaniu treści zamiast na dogłębnym zrozumieniu materiału.

Głównym problemem jest tendencja LLM do **halucynacji** – generowania fałszywych informacji z dużą pewnością. W kontekście matematyki, LLM-y:

- mogą popełniać **subtelne błędy koncepcyjne** w zaawansowanym rachunku (np. analiza matematyczna, teoria pola, transformaty), które są syntaktycznie poprawne, ale merytorycznie wadliwe, co jest niebezpieczne dla studentów bez wystarczającej wiedzy.
- często wykazują **błędy rachunkowe** (np. nieprawidłowe odczytanie działań oraz błędne umiejscowienie nawisów).
- mają trudności z poprawnym stosowaniem reguł, np. błędnie stosują regułę łańcuchową w problemach z pochodnymi cząstkowymi.

1.3 Krytyczne myślenie jako cel edukacji wspomaganiej AI

Kluczem jest wdrożenie podejścia, w którym AI służy do rozszerzania możliwości studentów i wzmacniania **krytycznego osądu**.

Chcemy, aby studenci wykorzystali potencjał AI w nauce logicznego myślenia, jednocześnie mając świadomość, że:

- **tylko wiedza i umiejętność analizy informacji pozwolą im na uniknięcie błędów.**
 - LLM-y popełniają błędy podobne do tych, które popełniają studenci. Możemy wykorzystać te błędy AI jako materiał dydaktyczny, szkoląc studentów w ich wykrywaniu.
 - najważniejszym celem prompt engineering w matematyce jest skonstruowanie poleceń, które **ułatwiają proces weryfikacji** wyniku AI, a nie tylko jego uzyskanie.
 - wymagana jest **przejrzystość** — studenci muszą rozumieć polityki dotyczące użycia AI i być odpowiedzialni za weryfikację faktów i źródeł, nawet jeśli treść została wygenerowana przez sztuczną inteligencję.
- Aby to osiągnąć, w pracy z LLM należy stosować zaawansowane techniki promptowania, które wymuszają ujawnienie procesu rozumowania (**Chain-of-Thought - CoT**).

Współczesna dydaktyka matematyki na studiach inżynierskich znajduje się w sytuacji, w której:

- studenci powszechnie korzystają z LLM (ChatGPT, Gemini, Copilot, Claude) jako wirtualnych korepetytorów,
- modele te są potężne, ale omylne: halucynują, popełniają błędy rachunkowe i koncepcyjne,
- tradycyjny zakaz „nie korzystaj z AI” jest w praktyce nieskuteczny i przerzuca odpowiedzialność na studenta bez narzędzi do krytycznej weryfikacji.

Dlatego kluczowym celem staje się nauczanie studentów krytycznego korzystania z AI:

- wykrywania błędów i luk w wyjaśnieniach,
- rekonstruowania toku rozumowania,
- świadomego doboru narzędzia do zadania,
- odróżniania „gotowca” od rzeczywistego zrozumienia.

Przedstawione metody oraz strategie oceniania stanowią spójny zestaw narzędzi dydaktycznych, które można włączyć do kursu analizy, algebry liniowej, równań różniczkowych, metod numerycznych czy matematyki dyskretnej.

Część 2: Metody pracy, propozycje promptów i strategie oceniania

2.1 Metody

Efektywne prompty akademickie powinny bazować na modelu ACRO, który wymaga zdefiniowania Roli (Role), Kontekstu (Context), Akcji (Action) oraz Ograniczeń (Output Constraints).

Metoda 1: Detekcja i analiza błędów generowanych przez AI

Studenci dostają rozwiązania zadań wygenerowane przez AI (część poprawna, część błędna) i mają za zadanie wykryć oraz wyjaśnić błędy – krok po kroku, nie tylko w wyniku.

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon prompta dla wykładowcy (do wklejenia w LLM)	Konkretny przykład prompta (matematyka inżynierska)
Wygenerowanie rozwiązania z możliwie subtelnymi błędami rachunkowymi	„Jesteś modelem AI, który celowo może wprowadzić subtelne błędy rachunkowe, ale zachowuje poprawną strukturę rozwiązania. Rozwiąż następujące zadanie	„Jesteś modelem AI, który celowo może popełnić drobne błędy rachunkowe. Rozwiąż krok po kroku całkę nieoznaczoną z funkcji trygonometrycznej korzystając z podstawienia uniwersalnego: . Pokaż

	z analizy matematycznej krok po kroku, opisując każdy etap słownie i w notacji LaTeX. Nie podawaj uwag o własnych błędach. Zadanie: ..."	wszystkie przekształcenia w LaTeX, ale nie komentuj, czy wynik jest poprawny."
Wygenerowanie błędnego lub wątpliwego dowodu / rozumowania	„Przygotuj rozwiązanie poniższego zadania tak, aby wynik końcowy był poprawny, ale w toku rozumowania pojawiły się 1–2 subtelne błędy koncepcyjne (np. nadużycie twierdzenia, zbyt ogólne założenie). Nie oznaczaj tych błędów. Zadanie: ..."	„Przygotuj rozwiązanie zadania: *Udowodnij, że rozwinięciem funkcji $f(x)=...$ w szereg Taylora jest ..., a następnie korzystając z tego rozwinięcia sprawdź, czy można wyznaczyć sumę dla $x=...$ oraz dla $x=...$ "
Narzędzie do krytycznej analizy gotowego rozwiązania (self-reflection)	„Jesteś doświadczonym recenzentem rozwiązań matematycznych. Otrzymasz rozwiązanie zadania wygenerowane przez studenta lub AI. Twoje zadanie: 1) przepisać skrótkowo tok rozumowania, 2) krok po kroku wskazać potencjalne błędy rachunkowe i koncepcyjne, 3) zaproponować poprawną wersję każdego błędnego kroku. Odpowiadaj w notacji LaTeX. Oto rozwiązanie: <WKLEJ ROZWIĄZANIE>"	„Jesteś recenzentem rozwiązań z analizy. Oceniasz poniższe wyznaczenie granicy funkcji $f(x)=...$ w punkcie $x=...$. 1) Streść tok rozumowania, 2) wskaż każdy błąd, 3) podaj poprawną wersję dowodu. Używaj notacji LaTeX. Oto rozwiązanie studenta: (wklej rozwiązanie)"

Rekomendowane narzędzia: ChatGPT (darmowy), Gemini, Claude (darmowy).

Metoda 2: Metoda sokratejska z wykorzystaniem AI

AI pełni funkcję korepetytora sokratejskiego: nie podaje od razu odpowiedzi, tylko prowadzi studenta pytaniami naprowadzającymi.

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon promta dla wykładowcy	Konkretny przykład promta
Ustawienie AI jako korepetytora sokratejskiego	„Przyjmij rolę korepetytora z matematyki na poziomie pierwszego roku studiów inżynierskich. Nie podawaj gotowych rozwiązań. Zamiast tego zadawaj mi pytania naprowadzające (Metoda Sokratejska), jedno po drugim, aż sam dojdę do rozwiązania. Po każdej mojej odpowiedzi: 1) oceń ją krótko, 2) zadaj kolejne pytanie. Zaczynamy od problemu: <OPIS ZADANIA>”	„Przyjmij rolę korepetytora z analizy matematycznej (I rok). Nie podawaj od razu pochodnej. Zadając mi pytania naprowadzające, pomóż mi obliczyć pochodną funkcji $f(x)=\ln(\sin x+x^5)\arctan(5^x)$ w punkcie $x=...$. Po każdej mojej odpowiedzi krótko ją skomentuj i zadaj następne pytanie.”
Praca z pojęciem, a nie z konkretnym zadaniem	„Jesteś sokratejskim nauczycielem matematyki. Twoje zadanie: pomóc studentowi zrozumieć pojęcie, nie tylko 'przeliczyć' przykład. Zadając pytania, doprowadź mnie do: 1) intuicji geometrycznej, 2) formalnej definicji, 3)	„Jesteś sokratejskim nauczycielem. Pomóż mi zrozumieć pojęcie granicy funkcji w punkcie. Chcę: 1) obrazek/intuicję, 2) formalną definicję ε - δ w prostych słowach, 3) prosty przykład liczbowy. Prowadź mnie pytaniami – nie wykładaj jednostronnie.”

	prostego przykładu obliczeniowego. Temat: <POJĘCIE>. Zawsze kończ odpowiedź pytaniem do mnie."	
Diagnoza błędnych intuicji	„Przyjmij, że jestem studentem, który ma typowe błędne intuicje na temat (TEMAT, np. pochodna). Prowadź rozmowę sokratejską tak, aby zidentyfikować moje błędne wyobrażenia, zadawać pytania podważające te intuicje i doprowadzić mnie do poprawnego rozumienia."	„Założ, że mylę pojęcie 'pochodna' z 'ilorazem różnicowym dla dużego przyrostu'. Prowadź ze mną rozmowę w stylu Sokratesa, zadając pytania, które doprowadzą mnie do zrozumienia, że kluczowa jest granica dla $\Delta x \rightarrow 0$."

Metoda 3: Weryfikacja i walidacja wyników AI (porównanie narzędzi)

To metoda, w której studenci rozwiązują zadanie przy użyciu co najmniej trzech różnych narzędzi AI, porównują wyniki i sami decydują, które rozwiązanie jest poprawne.

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon promta dla wykładowcy	Konkretny przykład promta (równania różniczkowe)
Wygenerowanie raportu porównawczego z trzech LLM	„Chcę zaprojektować zadanie dla studentów, w którym porównują odpowiedzi trzech różnych narzędzi AI na to samo zadanie matematyczne. Przygotuj dla mnie szablon raportu studenckiego z	„Przygotuj szablon raportu dla studentów II roku, w którym porównują odpowiedzi ChatGPT (free), Gemini i Copilota na zadanie: <i>Rozwiąż równanie różniczkowe $y''+4y'+3y=e^{-t}$</i> . Raport ma mieć sekcje: treść zadania, prompty, odpowiedzi narzędzi, analiza różnic, własne rozwiązanie analityczne, wnioski."

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon prompta dla wykładowcy	Konkretny przykład prompta (równania różniczkowe)
	sekcjami: 1) zadanie, 2) użyte prompty (ChatGPT, Gemini, Claude), 3) odpowiedzi każdego narzędzia, 4) analiza różnic, 5) własne rozwiązanie, 6) wnioski. Zadanie dotyczy: (TEMAT)."	
Walidacja wyniku AI za pomocą obliczeń symbolicznych	„Zachowuj się jak asystent inżynierii systemów. Otrzymasz rozwiązanie zadania matematycznego wygenerowane przez inne narzędzie AI. Twoje zadanie: 1) spróbować niezależnie odtworzyć rozwiązanie, 2) zweryfikować je za pomocą krótkiego kodu w Pythonie / pseudo-Wolfram, 3) jasno wskazać, czy wynik jest poprawny. Oto zadanie i rozwiązanie: (WKLEJ)."	„Oto otrzymane rozwinięcie funkcji w szereg Fouriera funkcji $f(x)=...$
Porównanie jakości wyjaśnień (nie tylko wyniku)	„Chcę, aby studenci oceniali jakość wyjaśnień AI, a nie tylko wynik. Przygotuj zestaw kryteriów oceny: poprawność matematyczna, przejrzystość, kompletność kroków, wskazanie założeń. Następnie zaproponuj	„Przygotuj rubrykę oceniania jakości wyjaśnień AI (0–3 pkt: poprawność, kompletność, jasność, wskazanie założeń) dla zadania: <i>Oblicz transformatę Laplace’a funkcji $f(t)=te^{-2t}$. Zaproponuj, jak student ma porównać odpowiedzi ChatGPT, Gemini i Claude’a.</i> "

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon promta dla wykładowcy	Konkretny przykład promta (równania różniczkowe)
	rubrykę (0–3 pkt na kryterium) oraz przykładowy opis zadania, które studenci mogą zadać trzem narzędziom AI.”	

Metoda 4: Tworzenie zadań i testów przy użyciu AI

Studenci używają AI do generowania zadań, a nie tylko do ich rozwiązywania; przygotowują klucze odpowiedzi i schematy oceniania, wymieniają się zadaniami w grupie.

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon promta dla wykładowcy	Konkretny przykład promta (analiza / rachunek różniczkowy)
Generowanie zestawu zadań o kontrolowanym poziomie trudności	„Jesteś wykładowcą matematyki na I roku studiów inżynierskich. Potrzebujesz 10 zadań rachunkowych z pochodnych funkcji jednej zmiennej, w trzech poziomach trudności (łatwe, średnie, trudne). Dla każdego zadania wygeneruj: 1) treść, 2) pełne rozwiązanie krok po kroku, 3) zaznaczenie poziomu trudności, 4) wskazanie typowych błędów studenckich. Użyj notacji LaTeX.”	„Jesteś wykładowcą analizy. Wygeneruj 10 zadań z pochodnych w trzech poziomach (4 łatwe, 4 średnie, 2 trudne). Dla każdego zadania podaj pełne rozwiązanie w LaTeX oraz wypisz 2 typowe błędy, które mogą popełnić studenci.”
Tworzenie testu z punktacją i schematem oceniania	„Zachowuj się jak doświadczony egzaminator z algebry liniowej. Przygotuj test składający się z 5 zadań obejmujących: mnożenie macierzy, wyznacznik, rząd	„Przygotuj test zaliczeniowy (45 min) z algebry liniowej dla I roku. 5 zadań, łącznie 20 pkt. Zakres: mnożenie macierzy, wyznacznik, rząd, układ równań,

	macierzy, układy równań liniowych, macierz odwrotną. Dla każdego zadania podaj: 1) treść, 2) punktację, 3) szczegółowy schemat oceniania (za co przyznajemy część punktów), 4) pełne rozwiązanie."	macierz odwrotna. Dla każdego zadania podaj treść, liczbę punktów, szczegółowy schemat oceniania oraz rozwiązanie."
Zadania tworzone przez studentów (prompt dla studenta)	„Wyobraź sobie, że jesteś studentem, który ma przygotować 3 własne zadania z rachunku całkowego dla kolegów z grupy. Poproszę Cię o: 1) wygenerowanie z pomocą AI treści zdań (o rosnącej trudności), 2) sprawdzenie poprawności rozwiązań, 3) zaproponowanie krótkiego komentarza, co dane zadanie ćwiczy. Twoje pierwsze polecenie do AI powinno brzmieć: Zasugeruj takie polecenie."	„Jestem studentem analizy. Podpowiedz mi, jakiej dokładnie komendy użyć w ChatGPT, aby wygenerować dla kolegów 3 zadania z całek nieoznaczonych (łatwe → średnie → trudne) z pełnymi rozwiązaniami i krótkim komentarzem, jaką technikę całkowania dane zadanie ćwiczy."

Metoda 5: Praca zespołowa z AI (role „Star Trek”)

Grupa 4-osobowa rozwiązuje złożony problem, przy czym AI pełni rolę wirtualnego członka zespołu, a studenci pełnią różne funkcje (Kirk, Spock, Scott, McCoy).

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon promta dla wykładowcy	Konkretny przykład promta (optymalizacja)
Ustawienie AI jako „piątego członka zespołu”	„Jesteś wirtualnym członkiem zespołu projektowego rozwiązującego złożony problem matematyczno-inżynierski. W zespole są cztery role: 1) Kirk – lider, podejmuje decyzje, 2) Spock – weryfikuje	„Jesteś wirtualnym członkiem zespołu projektowego. Zespół (Kirk, Spock, Scott, McCoy) rozwiązuje problem optymalizacji: <i>Znaleźć wymiary walcowego zbiornika o stałej objętości, które minimalizują zużycie materiału (pole powierzchni)</i> . Twoja rola: zadawać pytania, proponować

	poprawność, 3) Scott – dokumentuje, 4) McCoy – kwestionuje założenia. Twoja rola: proponować alternatywne podejścia, zadawać pytania, nie rozwiązywać wszystkiego samodzielnie. Problem zespołu: <OPIS>.”	możliwe podejścia (np. wykorzystanie rachunku różniczkowego), ale nie podawać gotowego rozwiązania.”
Symulacja dyskusji zespołu (multi-agent)	„Zasymuluj dyskusję czterech członków zespołu (Kirk, Spock, Scott, McCoy) nad rozwiązaniem problemu matematycznego. Każdy ma inną perspektywę: Kirk – strategia, Spock – logika i dowody, Scott – obliczenia, McCoy – krytyczna refleksja. Po dyskusji zapytaj użytkownika (studenta), które argumenty uważa za najbardziej przekonujące i dlaczego.”	„Zasymuluj rozmowę czterech osób (Kirk, Spock, Scott, McCoy), które próbują wspólnie wyznaczyć ekstremum funkcji dwóch zmiennych $f(x,y)=x^2+4y^2-4x-8y$. Po zakończeniu dyskusji zadaj mi pytanie: <i>Które argumenty były najbardziej przekonujące? Gdzie dostrzegasz potencjalny błąd?</i> .”
Podsumowanie pracy grupy jako raport	„Na podstawie dialogu między studentami a AI wygeneruj zwięzły raport zespołowy: 1) sformułowanie problemu, 2) opis przyjętej metody, 3) kluczowe kroki obliczeń, 4) wnioski, 5) otwarte pytania. Raport powinien być zrozumiały dla osoby, która nie uczestniczyła w dyskusji.”	„Streść w formie raportu przebieg pracy grupy nad zadaniem: <i>numeryczne rozwiązywanie równania różniczkowego metodą Eulera i porównanie z rozwiązaniem analitycznym</i> . Raport ma zawierać opis problemu, metodę, wyniki i krótką dyskusję błędów.”

Metoda 6: Nauka przez nauczanie AI (Learning by Teaching)

AI „udaje” studenta z typowymi nieporozumieniami; prawdziwy student gra rolę nauczyciela, który musi wyjaśnić pojęcie i skorygować błędy.

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon prompta dla wykładowcy	Konkretny przykład prompta (całki oznaczone)
AI jako „uczeń z błędnymi koncepcjami”	„Przyjmij rolę studenta II roku, który ma problemy ze zrozumieniem tematu: (TEMAT). Popełniasz typowe błędy: (LISTA BŁĘDÓW). Zwróć się do mnie (nauczyciela) z prośbą o wyjaśnienie, zadaj 2–3 konkretne pytania świadczące o błędnym rozumieniu. Po moich odpowiedziach zadawaj dopytania, aż dojdiesz do poprawnego obrazu pojęcia.”	„Przyjmij rolę studenta, który nie rozumie całki oznaczonej jako pola pod wykresem i myli ją z `sumą wartości funkcji w punktach’. Twoje typowe błędy: 1) ignorujesz Δx , 2) nie rozumiesz granicy sum Riemanna. Zadaj mi pytania pokazujące te nieporozumienia i proś mnie o wyjaśnienie.”
Sprawdzenie, czy AI „zrozumiało” po nauczaniu	„Po serii moich wyjaśnień spróbuj własnymi słowami streścić poprawną definicję (POJĘCIA) oraz rozwiązać prosty przykład. Jeśli popełnisz błąd, poproś mnie o doprecyzowanie. Na koniec zaproponuj jedno zadanie sprawdzające, czy twój nowy sposób rozumienia jest poprawny.”	„Po moim wyjaśnieniu spróbuj własnymi słowami zdefiniować całkę oznaczoną, podaj prosty przykład i zaproponuj jedno zadanie kontrolne dla innego studenta (np. policz całkę oznaczoną)
Nauczanie AI z użyciem kontrprzykładów	„Zachowuj się jak student, który uparcie wierzy w fałszywe twierdzenie: `Każda funkcja ciągła jest różniczkowalna’. Moim zadaniem jako nauczyciela będzie przekonanie Cię, że to twierdzenie jest fałszywe, m.in. poprzez	„Udawaj, że wierzysz, iż każda funkcja ciągła na $\mathbb{R}$ jest różniczkowalna. Ja jako nauczyciel będę próbował Cię przekonać, że to nieprawda (funkcja $f(x)= x $). Zadawaj mi pytania, które zmuszą mnie do bardzo precyzyjnego pokazania, gdzie leży problem.”

	kontrprzykład. Zadawaj pytania, które zmuszają mnie do bardzo jasnego sformułowania kontrprzykładu i argumentacji."	
--	---	--

Metoda 7: Wizualizacje pojęć matematycznych z użyciem AI

AI generuje opisy, kod lub scenariusze do wizualizacji (GeoGebra, Desmos, Python), co ułatwia zrozumienie geometrii pojęć (wielomiany, przestrzenie wektorowe, pola wektorowe, powierzchnie 3D itd.).

Cel dydaktyczny / wariant	Szablon promta dla wykładowcy	Konkretny przykład promta (analiza funkcji)
Generowanie instrukcji do GeoGebry / Desmos	„Zachowuj się jak asystent dydaktyczny przygotowujący materiał do GeoGebry/Desmos. Dla podanego tematu zaproponuj konkretną konstrukcję wizualizacji: jakie obiekty narysować, jakie suwaki wprowadzić, jakie zależności obserwować. Zapisz to w punktach, tak aby prowadzący mógł to łatwo odtworzyć na zajęciach. Temat: (TEMAT).”	„Przygotuj instrukcję do GeoGebry dla studentów I roku: funkcja kwadratowa. Chcę: 1) suwaki dla parametrów a, b, c w $f(x) = ax^2 + bx + c$, 2) automatyczne zaznaczenie wierzchołka i miejsc zerowych (jeśli istnieją), 3) komentarz, jak zmiana a, b, c wpływa na kształt wykresu. Zapisz instrukcję krok po kroku.”
Wizualizacja powierzchni 3D i poziomic	„Przygotuj kod w Python lub szczegółowy opis do GeoGebry, który pozwoli zwizualizować funkcję $z = f(x, y)$ wraz z: 1) wykresem 3D, 2) mapą poziomic, 3)	„Przygotuj dla studentów II roku kod w Python (matplotlib) do narysowania powierzchni $z = x^2 - y^2$ oraz jej mapy poziomic. Zaznacz w kodzie komentarzami, gdzie są punkty siodłowe i jak je odczytać z obrazu.”

	zaznaczonymi punktami krytycznymi. Opisz też krótko, co z tych wizualizacji można wyczytać."	
Wizualizacja pól wektorowych	„Jesteś asystentem z równań różniczkowych i pól wektorowych. Przygotuj polecenie do GeoGebry / Pythona, które pozwoli narysować pole wektorowe $\vec{F}(x,y)$ oraz kilka trajektorii rozwiązujących równanie Zadbaj o prosty przykład dla studentów."	„Przygotuj wizualizację pola wektorowego $\vec{F}(x,y)=(-y,x)$ w Pythonie (quiver plot) oraz narysuj kilka trajektorii ruchu cząstki w tym polu. Dodaj komentarz, jak interpretować kształt trajektorii."

2.1 Strategie oceniania i ewaluacji w kontekście AI

Nie wystarczy wprowadzenie nowych metod – trzeba przestawić ocenianie z „czy policzył poprawnie” na „czy potrafi myśleć krytycznie z użyciem AI”.

Poniższa tabela zawiera typy zadań oceniania oraz prompty pomagające wykładowcy projektować takie zadania.

Typ strategii	Szablon promta dla wykładowcy	Przykładowy prompt
Zadania typu „Znajdź błąd”	„Pomóż mi zaprojektować zadanie egzaminacyjne typu 'Znajdź błąd', w którym student dostaje rozwiązanie wygenerowane przez AI i musi: 1) wskazać wszystkie błędy, 2) poprawić tok rozumowania, 3) krótko skomentować, skąd mogły	„Zaprojektuj zadanie zaliczeniowe z analizy I typu 'Znajdź błąd' dla równania różniczkowego pierwszego rzędu. AI ma przedstawić błędne rozwiązanie równania $y'=2xy$. Student musi zidentyfikować błędy, poprawić rozwiązanie i skomentować, w którym

	wyniknąć błędy AI. Poziom: (PRZEDMIOT/ROK), temat: (TEMAT)."	miejscu AI zastosowała niepoprawną operację."
Zadania typu „Porównaj i oceń”	„Pomóż mi przygotować zadanie, w którym student porównuje trzy różne rozwiązania tego samego problemu (np. dwa studenckie + jedno AI) pod kątem poprawności, elegancji i kompletności. Potrzebuję opisu zadania oraz kryteriów oceniania (rubryki). Temat: (TEMAT)."	„Przygotuj zadanie egzaminacyjne z algebry liniowej: student dostaje trzy różne rozwiązania tego samego układu równań liniowych (dwa pisane przez studentów, jedno przez AI). Jego zadanie: ocenić poprawność i przejrzystość każdego z nich według podanych kryteriów. Wygeneruj treść, schemat punktacji i opis kryteriów (np. poprawność, czytelność, uzasadnienie)."
Zadania typu „Wyjaśnij i uzasadnij”	„Zaproponuj 3 przykłady zadań, w których nie wystarcza podać wynik lub algorytm – student musi wyjaśnić, dlaczego dane twierdzenie, metoda lub przekształcenie jest poprawne, nawet jeżeli używał AI w trakcie pracy. Zaproponuj, jak sformułować polecenie i jak punktować część wyjaśniającą."	„Podaj 3 przykłady zadań z analizy II, w których student musi 'Wyjaśnić i uzasadnić' wynik, np. dlaczego szereg potęgowy ma określony promień zbieżności, dlaczego dana całka niewłaściwa jest zbieżna, dlaczego wybrane kryterium zbieżności działa. Dla każdego zadania zaproponuj schemat oceniania, który premiuje wyjaśnienie, a nie sam wynik."
Projekty aplikacyjne	„Pomóż mi zaprojektować projekt semestralny dla studentów inżynierii, w którym mogą używać AI, ale są oceniani za: 1) dobór modelu matematycznego, 2) poprawność założeń, 3) krytyczną interpretację wyników AI. Zdefiniuj temat projektu, cele, oczekiwane rezultaty i kryteria oceniania."	„Zaprojektuj projekt semestralny z 'Matematycznych metod w inżynierii', w którym studenci analizują dane sensoryczne (np. temperatura w czasie) i dopasowują model różniczkowy lub statystyczny. Mogą używać AI do kodu i wizualizacji, ale oceniany jest głównie dobór modelu, uzasadnienie założeń i krytyczna analiza wyników. Podaj dokładny opis zadania i rubrykę oceniania."

Część 3: Rekomendowane narzędzia i modele LLM (skrót)

Aby wdrożenie metod było realne w polskich warunkach technicznych, warto rekomendować głównie darmowe lub łatwo dostępne narzędzia:

- ChatGPT (OpenAI, wersja darmowa – 40 mini)
Uniwersalne narzędzie do generowania wyjaśnień, przykładów, wariantów zadań, prowadzenia dialogu sokratejskiego.
- Google Gemini (wersja darmowa)
Dobre do szybkich odpowiedzi, prostych wizualizacji (np. szkic kodu do Pythona, opis konstrukcji w GeoGebra).
- Claude (Anthropic, wersja darmowa Sonnet – tam gdzie dostępny)
Bardzo klarowne wyjaśnienia długich, złożonych rozumowań matematycznych.
- Microsoft Copilot (w ramach Office 365 Education)
Integracja z Word/PowerPoint/Excel – przydatne do tworzenia materiałów i arkuszy zadań.
- GeoGebra / Desmos + dowolny LLM
LLM generuje instrukcje i opisy; wizualizacje są wykonywane w dobrze znanych narzędziach edukacyjnych.

Na zajęciach zakładamy, że studenci mogą korzystać z darmowych wersji LLM; **zadania projektujemy tak, aby wymuszały weryfikację i refleksję**, a nie jedynie wklejenie promptu i przepisanie odpowiedzi.

Dlaczego to ważne, aby studenci sprawdzali różne narzędzia AI?
Studentom, którzy mają dostęp do tych narzędzi (za darmo), można zadawać zadania typu "porównaj wyniki z trzech różnych narzędzi" – co prowadzi do krytycznego myślenia, nie zaś do poczucia, że naruszają prywatność danych czy koszty.